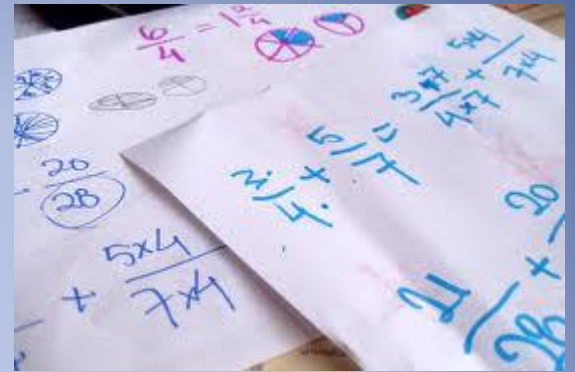




Indhold

Tallenes udvikling.....	1
De naturlige tal	1
De hele tal.....	1
De rationale tal	2
De reelle tal	2
De komplekse tal.....	2
Negative tal	3
Grundlæggende regneregler.....	3
Regnearternes hierarki.....	3
Parenteser	4
Hæve parenteser.....	4
Gange ind i parenteser	5
Flytte udenfor parentes (faktorisere)	6
Potenser og rødder.....	6
Potens.....	6
Rødder.....	7
Gange og dividere	8
Lægge til og trække fra	9
Vigtige regneregler	10
Brøkrekneregler.....	10
Sætning: Sætte på fælles brøkstreg.....	10
Sætning: Gange en brøk med et tal.....	10
Sætning: Gange to brøker	11
Sætning: Dividere en flerledet størrelse med et tal.....	11
Sætning: Dividere en brøk med et tal	11
Sætning: Dividere med en brøk	12
Potensregneregler	12

Sætning: Potensregneregler (potenser)	12
Regneregler for rødder	13
Sætning: Regneregler for rødder	13
Kvadratsætninger.....	15
Sætning: Kvadratsætning 1	15
Sætning: Kvadratsætning 2	16
Ligningsløsning.....	16
Formelmæssig løsning.....	16
Grundregel: Løsning af ligninger	16
Uligheder	17
Grundregel: Løsning af uligheder.....	17
Grafisk løsning	18

Tallenes udvikling

Lige siden hulemanden hentede mad til familien har tallene spillet en rolle, i den måde vi har eksisteret på. Det har været vigtigt at holde styr på gårdens dyr, lave budgetter, handle og ikke mindst at forstå verden og naturen omkring os.

For de gamle filosoffer, som Pythagoras, har tallene, og den ”magi” som omsluttede dem, altid været et mysterium, som skulle udforskes. Pythagoras sagde engang ”Tallene er alle tings væsen”. Hans store pointe må være, at uanset hvor vi vender os hen, så er tal på en eller anden måde indblandet.

Vi skal nu tage en kort og meget forsimplet rejse igennem tallenes udvikling. Jeg skal prøve at koble en lille historie på undervejs.

De naturlige tal

Den første primitive landmand/hulemand, der skal holde styr på sit dyrehold, har haft brug for at tælle hele dyr ”1 ged, 2 geder osv”.

Disse tal kaldes de naturlige tal og er den mest primitive af de vores talmængder.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Efterhånden som samfundet udviklede sig, begyndte man at handle/bytte varer. En ko var måske to geder værd, men hvad nu hvis bonden kun havde én ged men alligevel købte en ko, hvor mange geder skyldte han så væk?

For matematikeren var problemet at $10 + x = 8$ ikke kunne løses ved brug af de naturlige tal.

De hele tal

For at kunne løse alle ligninger af formen $a + x = b$, hvor a og b tilhører de naturlige tal ($a, b \in N$) er det nødvendigt at udvide de naturlige tal til også at omfatte nul og de negative hele tal. Dermed har vi mængden af alle de hele tal:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Først i 1600-tallet begyndte negative tal at blive regnet for egentlig tal, og helt frem til starten af 1800-tallet blev det blandt europæiske akademikere diskuteret, hvorvidt negative tal og nul skulle tillades i matematikken.

Nu kunne bonden handle med hele dyr, men hvad nu hvis ham og naboen skulle ”dele” en ko, hvor meget fik de så hver?

For matematikeren var problemet, at $4 \cdot x = 2$ ikke kunne løses ved at benytte tallene fra Z .

De rationale tal

Man kan kun løse alle ligninger af typen $a \cdot x = b$ med $a \neq 0$, såfremt man udvider talmængden til også at omfatte alle brøker hvor tæller og nævner er et tal fra $\mathbb{Z}$. Denne mængde kaldes de rationale tal:

$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$, og læses som Q er mængde af de tal som kan skrives som en brøk $\frac{a}{b}$ hvor om der gælder at a tilhører de hele tal og b tilhører de hele tal og b skal være forskellig fra 0.

De rationale tal indeholder ligeledes alle hele tal, da eks. $\frac{4}{1} = 4$. Næsten alle praktiske regneopgaver kan løses uden at forlade de rationale tal, så nu havde den almindelige borger ikke længere så mange problemer i deres indbyrdes ageren.

For matematikeren var der dog stadig problemer. Eks. at $2 = x^2$ ikke havde nogen løsning i de rationaletal, da $\sqrt{2}$ ikke kan skrives som en brøk. Ej heller kan det meget kendte π .

Så der var altså stadig ”huller” i talrækken.

De reelle tal

Indførelsen af de irrationale tal medførte en om sig gribende indflydelse på måden at anskue verden på. Indtil da var man overbevist om, at alt omkring i naturen kunne udtrykkes ved hjælp af simple rationale tal. Et eksempel på hvor stor en omvæltning denne indførelse var, er historien om Hippasus. Han var en del af den Pythagoræiske skole, og her var verden beskrevet ved de rationale tal. Da han opdagede de irrationale tal, fortæller historien at han kort tid efter omkom til havs.

Med udvidelsen af de irrationale tal har vi nu de reelle tal $\mathbb{R}$. Vores talrække er fuldstændig.

MEN desværre var der stadig problemer for matematikerne, for $x^2 = -1$ kunne ikke lade sig gøre.

De komplekse tal

Det ville lette mange beregninger, hvis det var tilladt at uddrage kvadratroden af -1.

Der er jo ikke ”mere plads” i vores tallinje, så en udvidelse af de reelle tal må tænkes anderledes.

Derfor udvides samtlige reelle tal med en imaginær del. Et komplekst tal eks. $z = 2 - 4i$ består af det reelle tal 2 (realdelen) og den imaginære del -4.

På denne måde anskues talmængden ikke længere på en tallinje, men i et koordinatsystem.

De komplekse tal betegnes $\mathbb{C}$

Negative tal

Negative tal, er tal mindre end 0. Vi så de blev indført med de hele tal. Matematisk tjener indførelsen af negative tal til, at subtraktion altid er mulig, fx $2 - 5 = -3$, samtidig med at gængse regneregler bevares.

Negative tal blev brugt i indisk matematik omkring 600. I Europa dukkede de op i 1500-t. som absurde eller fiktive tal, og først ca. 1660 kunne bogstavkoefficienter stå for negative tal.

Hvis vi ganger eller dividere vil der med sikkerhed gælde følgende for tal forskellige fra 0.

1. $- \cdot - = +$
2. $- \cdot + = -$
3. $+ \cdot + = +$

På grund af ovenstående er det meget vigtigt at holde styr på de negative tal. Det kan lettest gøres ved at sætte en parentes omkring negative tal, som skal ganges på et eller flere tal.

Eksempelvis:

$$3 \cdot (-2) = -6$$

$$(-2) \cdot 5 \cdot (-3) = -10 \cdot (-3) = 30$$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Grundlæggende regneregler

Grundlæggende regneregler er fundamentet for al matematik. De mest endte er nok at lægge sammen, at trække fra, at gange og dividere. Tilføjer man potenser og rødder, samt brugen af parenteser, så har vi de helt basale regneoperationer. Når vi kombinerer de forskellige regneoperationer i samme udregning kaldes det for aritmetik.

Et aritmetisk udtryk kunne være $2 + 3 \cdot 4 - \frac{5}{2}$.

Når vi skal udregne et sådan udtryk får vi brug for regnearternes hierarki, som gennemgås om lidt. Inden da skal vi lige have indført begrebet led. Et led er enten et tal, en parentes, et produkt eller en brøk kun adskilt af + eller -. I det aritmetiske eksempel ovenfor er der tale om 3 led.

Lav opgaver i [hæftet](#)

Regnearternes hierarki

Det er utrolig vigtigt at have fuldstændig styr på regnearternes hierarki og selvfølgelig brugen af dette. Vi opstiller nu vores grundlæggende regneoperationer i stærkeste rækkefølge. (video)

1. Parenteser
2. Potenser og rødder
3. Gange og dividere
4. Lægge til og trække fra

Et lille eksempel kunne være $2 + 5 \cdot 3$ hvilket betyder $2 + 5 + 5 + 5$ eller blot $2 + 5 \cdot 3 = 2 + 15 = 17$

Følger vi ikke reglementet kunne vi få et forkert svar som $2 + 5 \cdot 3 = 7 \cdot 3 = 21$

Lav opgaver i [hæftet](#)

I punkt 2-4 siges det at regneoperationerne er hinandens modsatrettede regneoperationer. Altså det modsatte af at gange er at dividere osv... Du kan teste dine evner [her](#)

Parenteser

Parenteser er med til at holde styr på vores enheder. De fortæller hvad, der ultimativt hører sammen.

Et eksempel kunne være: En bonde siger til den anden ”jeg har 3 gange så mange dyr som du har. Den anden bonde har 2 geder, 3 køer og 5 høns. Hvor mange dyr har den første bonde?

Kan skrives således $3 \cdot (2 + 3 + 5) = 3 \cdot 10 = 30$.

Kunne også opfattes som $3 \cdot (2 + 3 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 6 + 9 + 15 = 30$

Vi vil nu kigge lidt på regning med parenteser.

Hæve parenteser

Man kan sige at parenteser optræder som et ”tal”, som skal behandles efter regnearternes hierarki.

Vi kan altså både have positive og negative parenteser, og vi kan gange parenteser sammen og.

Sætning: Minus parentes

Man kan hæve en minusparentes ved at skifte fortegn på alle led i parentesen.

Eksempel: $-(2x - 7) = -2x + 7$

Kan også opfattes som $-1 \cdot (2x - 7) = 2x \cdot (-1) - 7 \cdot (-1) = -2x + 7$

Sætning: Plus parentes

Man kan hæve en plusparentes uden videre.

Eksempel: $(3 + 5y) = 3 + 5y$

Kan også opfattes som $1 \cdot (3 + 5y) = 3 \cdot 1 + 5y \cdot 1 = 3 + 5y$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Gange ind i parenteser

Vi så lige i eksemplet med bønderne at antallet af dyr kunne skrives som $3 \cdot (2 + 3 + 5) = 30$

Men vi kan også finde antallet ved at kigge på hver dyreart for sig $3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 6 + 9 + 15 = 30$

Vi gangede blot ind i parentesen.

Sætning: Gange en parentes med et tal

Man ganger et tal på en parentes ved at gange tallet ind på hvert led

$$a(b + c) = ab + ac$$

Derfor kan vi skrive $3 \cdot (2 + 3 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 6 + 9 + 15 = 30$

Det er altså lige meget om vi først regner parentesen ud eller ganger tallet ind i parentesen

Sætning: Gange to parenteser

Man kan gange to parenteser ved at gange hvert led i den første med hvert led i den sidste.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Eksempelvis: $(x + 2)(3 - t) = 3x - xt + 6 - 2t$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Flytte udenfor parentes (faktorisere)

Reglen om at gange ind i en parentes kan selvfølgelig også bruges den anden vej så $ab + ac = a(b + c)$. Dette bruges ofte til at forkorte et aritmetisk udtryk. Eksempelvis

$$4x + 8 = 4 \cdot x + 4 \cdot 2 = 4(x + 2)$$

I skrivende praksis springes den midterste udregning oftest over.

Lav opgaver i [hæftet](#)

Potenser og rødder

Kun ”slået” af parenteser har vi potenser og rødder.

Potens

En potens består af en rod en eksponent (eksponenten er den opløftede). Eks. 2^4 , her er 2 roden og 4 eksponenten. Eksemplet kan også skrives som $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Generelt vil der gælde, at hvis vi tager n-antal x'er og multiplicere dem får vi $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x = x^n$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Vi skal senere kigge nærmere på konkrete potensregneregler.

Ekspontientnotation

Et konkret sted hvor potenser bruges til at gøre tal ”lettere” at kigge på er i forbindelse med ekspontientnotation. Hvis vi eksempelvis kigger på lidt info om [jorden](#) så er dens masse 5972230000000000000000000000 gram (sådan i runde tal). For at skrive dette lidt kortere så kan det skrives som $5,97 \cdot 10^{27}$ gram

For at omskrive et tal til ekspontientnotation, skal man først finde det første tal i rækken som ikke er nul, herefter sætte et komma, og så tælle enten antal tal indtil kommaet. Hvis tallet er større end 0 så er eksponenten positiv, hvis tallet er mindre end 0, så er eksponenten negativ.

Et andet eksempel kunne være enheden [nanometer](#) som er givet som 0,000000001 meter. I ekspontientnotation skrevet som $1,0 \cdot 10^{-9}$ meter

Lav opgaver i [hæftet](#)

Rødder

En rod består af en rodeksponent og en radikand. Radikanden er tallet inde under rodtegnet.

Eks. $\sqrt[3]{8}$, her er 3 rodeksponenten og 8 er radikanden.

I har sikkert lært at $\sqrt{4}$, læses som kvadratroden af 4, men man kan også sige den anden rod af 4. Faktisk står der et skjult 2-tal. $\sqrt{4} = \sqrt[2]{4}$. Dette betyder, det tal, som ganget med sig selv 2 gange, giver 4.

$\sqrt[3]{8}$ betyder det tal som ganget med sig selv 3 gange giver 8.

Man kan ikke tage kvadratet af et negativt tal, da der ikke eksisterer nogle tal, som ganget med sig selv giver et negativt tal.

Man har én gang for alle bestemt at kvadratrødder er positive. Så eks. $\sqrt{4} = 2$ selv om $(-2)(-2) = 4$

Har man en lige rodeksponent, så kan radikanden ikke være negativ jf. ovenstående.

Har man en negativ rodeksponent, så kan radikanden godt være negativ jf. ovenstående.

Denne viden om rødder kan eks. bruges til at løse følgende

$$x^3 = 27$$

$$x = \sqrt[3]{27} = 3$$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Alle rødder kan skrives som potenser, hvilket vi ser nærmere på under potensregneregler.

Eksempelvis kan vi skrive $\sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}}$...

Gange og dividere

Ikke et område vi gør noget større ud af, da det her anses som en grundlæggende færdighed alle kan.

Det skal dog nævnes at to tal som bliver ganget sammen kaldes for faktorer og resultatet for et produkt. Disse betegnelser bruges ofte og er derfor nødvendige at kunne.

I forbindelse med division vil vi oftest opstille det på en brøk med tæller (top) og nævner (nederst).

Det anses som grundlæggende viden at man kan forkorte eller forlænge en brøk ved at gange/dividere et tal med BÅDE tæller og nævner.

VIGTIGT: Man må ikke dividere med 0.

Vigtige brøkrekneregler vil blive nævnt under vigtige regneregler senere.

Lægge til og trække fra

GAAAAAABBBBBBBBBBBB ☺

Skal vi skrive noget ”interessant” så kaldes det ikke ”at plusse” men ”at lægge sammen”. Dette hedder addition.

Det kaldes heller ikke ”at minusse” men ”at trække fra” og dette hedder substitution.

Lav opgaver i [hæftet](#)

Vigtige regneregler

Nu vil vi opliste nogle af de vigtigste regneregler som bare SKAL kunne huskes udenad. Næsten halvdelen af det arbejde I skal lave senere med beviser benytter disse regler. Det er fundamentet i vores ”Matematik”-hus.

Brøkrekneregler

Undtagen nogle ”få”, så kan alle tal opskrives som brøker. Det er derfor en stor fordel at have helt styr på de næste brøkrekneregler. I folkeskolen har mange været vant til at benytte blandede tal, dvs. omskrive eksempelvis $\frac{5}{2}$ til $2\frac{1}{2}$. Det viser sig dog i mange henseender at være problematisk, så mit råd er ”Hold jer til brøker og glem alt om blandede tal, og blot forkort brøken mest mulig.”.

Sætning: Sætte på fælles brøkstreg

Man adderer eller subtraherer brøker med fælles nævner ved at adderer eller subtraherer tællerne og beholde nævneren

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Eksempel $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2+4}{3} = \frac{6}{3} = 2$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Gange en brøk med et tal

Man ganger en brøk med et tal ved at gange tallet op i tælleren og beholde nævneren

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$$

Eksempel $\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{12}{5}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Gange to brøker

Man ganger to brøker ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Eksempelvis $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Dividere en flerleddet størrelse med et tal

Man dividerer en flerleddet størrelse med et tal ved at dividere hvert led i tælleren med tallet

$$\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

Eksempelvis $\frac{4+7}{5} = \frac{4}{5} + \frac{7}{5}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Dividere en brøk med et tal

Man dividerer en brøk med et tal ved at gange tallet i nævneren og beholde tælleren

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$$

Eksempelvis $\frac{7}{5} : 3 = \frac{7}{5 \cdot 3} = \frac{7}{15}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Dividere med en brøk

Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte

$$a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Eksempelvis $4 : \frac{3}{2} = 4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Potensregneregler

Her følger en samling af udvidet potensbegreber, som er nyttige som redskab til at gøre eksempelvis et aritmetisk udtryk pænere og mere overskueligt.

Sætning: Potensregneregler (potenser)

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
3. $a^0 = 1$
4. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
5. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
6. $\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$
7. $a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p$
8. $\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$

Bevis: Laves på klassen. Hermed bevist

Eksempler

1. $2^3 \cdot 2^6 = 2^9$
2. $\frac{3^4}{3^2} = 3^{(4-2)} = 3^2$
3. $4^0 = 1$
4. $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$
5. $(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$
6. $\frac{4^3}{5^3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$
7. $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$
8. $\sqrt[5]{6^3} = 6^{\frac{3}{5}}$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Regneregler for rødder

Vi har tidligere hørt at rødder kan omskrives og derefter kan vi benytte ovenstående potensregneregler på disse. Men Vi kan også omskrive rødder på anden vis.

Sætning: Regneregler for rødder

1. $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
2. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
3. $\sqrt{a^2} = |a|$

Bevis:

I de næste beviser benyttes flere af sætningerne for potensregneregler.

1. $\sqrt{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Hermed bevist

$$2. \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Hermed bevist

3. Til at vise punkt 3 laver vi to omskrivninger.

$$1. \quad \sqrt{a^2} = \sqrt{a \cdot a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)} = a^1 = a$$

$$2. \quad \sqrt{a^2} = (a^2)^{\frac{1}{2}} = a^1 = a$$

I nummer 1 gælder at $a > 0$ og i 2 gælder at $a \in \mathbb{R}$. Derfor har man bestemt at

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Hermed bevist

Sætningens punkt 1 og 2 gælder for alle rødder uanset rodeksponent. Punkt 3 gælder for alle rødder med lige rodeksponent og ved ulige rodeksponent fås blot a .

Eksempler:

$$1. \quad \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$2. \quad \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$$

$$3. \quad \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Kvadratsætninger

Kan man gange to parenteser med hinanden, så er kvadratsætningerne egentlig overflødige, men de giver nu en god regel, som gør det hele lidt ”nemmere”.

I stedet for at have 3 sætninger, så vælger jeg her kun at have 2, da de kan det samme.

Sætning: Kvadratsætning 1

Kvadratet på en toleddet størrelse er givet ved kvadrat på første led plus kvadratet på andet led plus det dobbelte produkt.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Eller så den er nemmere at bruge uanset fortegn

$$(\pm a \pm b)^2 = (\pm a)^2 + (\pm b)^2 + 2(\pm a)(\pm b)$$

Bevis:

Ved at benytte sætningen om at gange et tal på en parentes, og huske på at en parentes kan opfattes som et tal, så kan vi gøre følgende:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a(a + b) + b(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Hermed bevist.

Eksempel: $(a + 2b)^2 = a^2 + 4b^2 + 4ab$

Eller et lidt svære stykke $(-2a + 3b)^2 = (-2a)^2 + (3b)^2 + 2(-2a)(3b) = 4a^2 + 9b^2 - 12ab$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Sætning: Kvadratsætning 2

To tals sum ganget med to tals differens giver kvadratet på første led minus kvadratet på andet led

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Bevis: Laves af eleverne selv.

Hermed bevist.

$$\text{Eksempelvis } (-2 + b)(-2 - b) = (-2)^2 - (b)^2 = 4 - b^2$$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Ligningsløsning

Når to udtryk sættes lig med hinanden har man en ligning. En matematisk **ligning** er dermed et udtryk, som fastslår at to udtryk (ofte kaldet hhv. venstre og højre *side* af ligningen) er lige store, skrevet op på formen: (Det ene udtryk) = (det andet udtryk). Almindeligvis indgår én eller flere *ubekendte* talstørrelser, repræsenteret ved et eller flere bogstaver (ofte x).

Formelmæssig løsning

Grundregel: Løsning af ligninger

Man må foretage hvilken som helst regneoperation på ligningen, så længe man gør det samme på begge sider af lighedstegnet. DOG må man ikke gange eller dividere med 0.

Eksempel: Dette er en MEGET udførlig version.

$$2x + 5 = 4x + 1$$

$$2x + 5 - 5 = 4x + 1 - 5$$

$$2x = 4x - 4$$

$$2x - 4x = 4x - 4 - 4x$$

$$-2x = -4$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

Lav opgaver i [hæftet](#)

Uligheder

En **ulighed** er et matematisk begreb for et udtryk, der fastslår at ét regneudtryk er større end eller evt. lig med, et andet regneudtryk. Ligesom med ligninger indgår der en eller evt. flere ubekendte størrelser (et tal repræsenteret ved f.eks. bogstavet x) i ét eller begge regneudtryk. De regneregler der gælder for ligninger kan også bruges til at løse uligheder, men hvor ligninger typisk tilfredsstilles af ét eller nogle få bestemte tal, er løsningsmængden for en ulighed oftest et interval, eller evt. en foreningsmængde af flere intervaller af værdier der tilfredsstiller den oprindelige ulighed.

$<$ som læses "er mindre end"

$\leq$ som læses "er mindre end eller lig med"

$>$ som læses "er større end"

$\geq$ som læses "er større end eller lig med"

Grundregel: Løsning af uligheder

Man må foretage hvilken som helst regneoperation på ligningen, så længe man gør det samme på begge sider af lighedstegnet. DOG må man ikke gange eller dividere med 0.

Men hvis der ganges eller divideres med et negativt tal, så vendes ulighedstegnet

Et tip: Saml den ubekendte på den side af ulighedstegnet hvor den vil være positiv, så slipper man for at huske på reglen om at vende uligheden, og blot løse det som en almindelig ligning.

Eksempel:

$$2x + 5 > 4x + 1$$

$$-2x > -4$$

$$x < 2$$

Her med er løsningen altså intervallet $]-\infty; 2[$.

Hvis vi bruger tippet.

$$2x + 5 > 4x + 1$$

$$4 > 2x$$

$$2 > x$$

Fås det samme resultat, men vi slipper for problemet med at vende uligheden.... Smart. ☺

HVIS vi har TI Nspire til hjælp kan det løses ved $\text{solve}(2x + 3 = 3x - 11, x) \rightarrow x = 14$

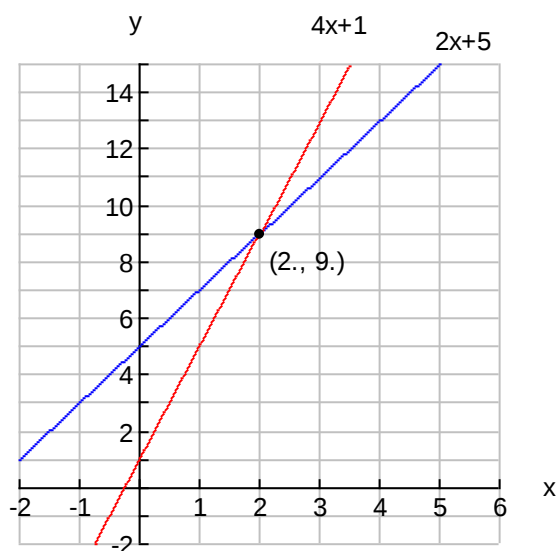
Lav opgaver i [hæftet](#)

Grafisk løsning

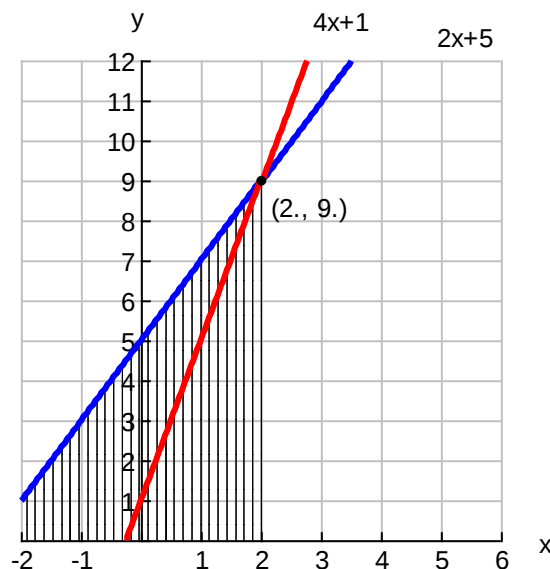
Ligningerne kan også betragtes grafisk, da hver side af lighedstegnet kan opfattes som en funktion (nærmere om dette senere).

Alle funktioner kan tegnes ind i et koordinatsystem, og dermed kan løsningen findes visuelt (eller med computeren)

Eksemplet med $2x + 5 = 4x + 1$ kunne højre og venstresiden repræsenteres som rette linjer. Disse linjer vil skærer hinanden (da der eksisterer en løsning).



Ligning 1: $2x+5=4x+1$



Ligning 2: $2x+5>4x+1$

Lav opgaver i [hæftet](#)

I TI Nspire: ([video](#))

Indsæt en graf. Graftype skal være funktioner. Indskriv nu de ønskede funktioner. Vælg undersøg grafer og derefter skæringspunkt. Nu vælges det område som indeholder skæringspunktet.

